

## 数学的帰納法 — そのカント判断論との関連 —

田 山 令 史

### 〔抄 録〕

カント時空論の研究を通じて明らかになってきたことがある。それは「一」の問いとでも言うべきもので、時空の一と自我の一、すなわち、時間と空間が「一つ」であることと私が「一人」であることが関連しており、この関連からカントは多くの洞察を得ていることである。この論文は、この関連の性質を探る私の一連の試みの一つとして位置づけられる。今までの論文では、おもに統一としての「一」を考えた。ここでは「一」の自然数としての性質に焦点を当て、『純粹理性批判』でのカントの数論を分析する。カントの数観に「統一」「次々に」という考えを見て、この「列」としての数の考えが今の数学基礎論の数観と近いことを論ずる。その上で、『三段論法四格の誤った煩雑さ』に現れるカントの判断論に数論との関連を求めるのである。カントの判断論は、判断能力のもっとも基礎にあるものとして列生成の力を主張する。この判断が生成する列は、自然数の列とその基本的な性質を分かちつものであることを確認した。カントは人が判断することと世界が人に現れることを一つと見るが、世界の現われは物の区分をともなっており、この区分は数によって表現されるのである。言い換えれば、カントの判断論は、世界の現われのもっとも基本的なところにある数を判断とともに生じるものと見ることを可能にするものである。『純粹理性批判』がその課題を「いかにして総合的でアプリアリな判断は可能か」と、「判断」を基礎に置くのは、判断がこのような意味でも人と世界の関わりの要にあるからである。「一」問題の探求は、統一としての一、自然数としての一、この二つの側面が関連する必要がある。この論文は、この数としての一を、ひとまずカントの体系の中に位置づけることができた。

キーワード 判断 自然数 数列 帰納法 直観

## 1 判断論

カントの『三段論法四格の誤った煩雑さ』(1762. 以下、『三段論法』と略す)に興味深い判断論がある。比較のため、トマスによる判断論を簡潔に要約した上で、『三段論法』での議論を見る。

カントの定義によれば、判断するとは「何かを一つの特色としてあるものに関係させること」、そして「そのものは主語、特色は述語」である。

何かを一つの特色としてあるものに関係させることが判断である。そのあるものは主語、特色は述語である。関係付けは、であるという繫辭で表現される。そのままの場合、繫辭は述語が主語の特色であることを示す。(A47)

カントはここで、判断を下すことと、その判断に真偽を言うこととの連動に注意を向けていない。ここに、『三段論法』の一つの性格を見ることが出来る。伝統的には、判断と真偽の関連は判断論の中心にあった。

### a 判断と真偽

「一頭の馬が走る」「一本の花が赤い」「私は花を見る」。これに対し、「何頭かの馬が走る」「すべての花は赤い」「私は花を見ない」。こう言うと、量や肯定否定(質)について、今の判断の「内容」が変わると考えることができる。つまり、ここで判断とその内容を区別するのである。判断とは、文章の内容の判断、内容が真か偽かを言う。「走る馬」は真偽を語らない。が、「馬が走る」は何かを主張し、そのことで真か偽である。この真偽との関連は判断についての考察で様々に指摘されてきた。フレーゲが(*Begriffsschrift*, 1879)、判断は文章の内容、すなわち「思想」に「真理値」をあてがうとしたのも、伝統に沿うことであった。

それまでの論理学を集約しながら、トマス・アクィナスは『神学大全』第1巻第16問題「真理について」<sup>(3)</sup>で判断を論ずる。この判断論を貫いて、事物の本質と事物の存在(エッセ)の区別、そしてアリストテレスの理性観がある。

アリストテレス『靈魂論』には、すべてに成ることで質料的と考えられる理性と、非受動的ですべてを作る理性という区分がある(『靈魂論』第3巻第4章から第8章)<sup>(4)</sup>。トマスはこの考えを基礎にして、こう進んでいく。知性には、視覚に認められるような「知性と事物の一致」とともに、視覚では生じない「知性によるその一致の認識」との、二つの働きがある。視覚は物を捉えても、視覚の対象とその対象そのものの関係は視野には入ってこない。が、知性の特質は、物と知性の一致不一致を認識することにある。知性は視覚のようにまず物と一つになる。そしてさらに、自己と物の一致を認識する。つまり、ものの本質の「単純把握」ののち、この把握の真偽が「判断」される。トマスにとっては、アリストテレスの「すべてに成る理性」に由来する「事物と合致する知性」でなく、「非受動的ですべてを作る理性」に対応する「複合

し分割する知性」のうちのみ真は存在する。

「《自己がその事物について把握するところの形相のあるごとく、ちょうどそんなふう  
に事物が実際にある》と判断 iudicare するとき、そのときはじめて知性は《真》を認識  
するのであるし、また《真》を語るのである。」(第2項)。

ここで「判断」と「真」、「存在」が一連なりに現れている。そして、知性の完成は真と判断  
すること、「認識されたそれとしての真 (verum ut cognitum)」である。つまり、知性の知性  
たる働きは、自己と事物の一致を判断すること、そのような意味での自覚にある。

人の自覚が真偽の判断を生む。このように、トマスの判断論は真偽を軸としながら、知性の  
自覚にいたる。

## b 判断と世界

『三段論法』の目的は、伝統的論理学での三段論法四格の区別は不要であることを示すこと  
にある<sup>(5)</sup>。この三段論法を構成する「判断」について議論していくなかで、二つの主題が区別さ  
れる。一つは総体律の基礎付け、二つにはトマスのもとで見た「自覚」の問題である。しかし、  
トマスで主題の一つであった「真偽」は表に立たない。

カントはこう論じていく。

一つの対象についての明確な概念は、その対象にある特色を結び付けて認識することで初め  
て得られる。たとえば、物体の特色として不可入性をはっきりと表象する。この不可入的な物  
体の表象は「物体は不可入的である」という考えそのものに他ならない。つまり判断である  
(A58)。認識は、この判断によってのみ可能となる (A60)。

概念の明確さは、あるものの特色がはっきりと表象されることにでなく、それがものの表  
象だと認識されることにある。(A59)。

「明確でない」表象の例として、理性を持たない動物の、対象からの刺激による行動、対象  
の身体的区別 (A60) が挙げられていることからして、対象概念の明確、不明確は、対象表象  
の明瞭、曖昧ではないことが分かる。この区別は、人と獣の区別、より基本的な区別である。  
人以外の動物には、人に現れるように対象は現れない。言いかえれば、動物は人が了解してい  
るような対象を持たない。つまり、対象概念の明確さとは「対象」の意味そのものの明確さを  
言う。世界はさまざまな対象とともに現れる、世界は判断とともに人に現れるのである。この  
意味で、判断の能力は人と他の動物を分かち基本的能力であり、より高い能力もすべて、この  
判断能力にかかっている (A59)。

このように考えてくると論理学がいつも論述される際の本質的な誤りも見えてくる。論理  
学は、明確で完全な概念を判断と理性推理より先に扱うが、前者は後者あつてのことなの  
である (A59)。

このように『三段論法』では、世界は判断を通して初めて人に現れることが強調されている。

この判断に関わる悟性の能力と、人以外の動物の能力との違いなどに議論は集中し、判断と世界の関係、すなわち、判断の真偽は問われない。判断「と」世界の関わりである真偽の間はトマスのもとで「物と知性の一致不一致」、つまり真の対応説になっていた。一方、この、人が判断することと世界の現われが一つであるカントの新しい体系のなかでは、対応説とは異なる真の定義を考え出すことが必要になるのである。『三段論法』はまだその場ではない。

トマスでは、知性の自覚が知性の完成であった。知性は視覚のようにまず物と一つなる。そしてさらに、自己と物の一致を認識するのである。この自覚の意味も、カントで変わる。

こう考えてくると、理性を持った動物と理性なしの動物の本質的な区別について、さらに熟考する気になる。もし、判断を可能にする隠された力を見抜くことができれば、結び目は解けるのである。今のところ、私はこう考える。この力、つまり能力は、内官の能力に他ならない、すなわち、自分自身の表象を自分の考えの対象にする能力である。この能力は他の能力から引き出すことができない。これは厳密な意味で基本的能力であり、私の考えるところ、理性的なものだけが持っている。より高い認識能力のすべてはこの能力にかかっている<sup>(6)</sup>。(A60)

判断とともに世界が人に現れるという理由で真理の対応説が採られていないことに呼応して、ここで自覚は知性と物の一致の認識でなく「自分自身の表象を自分の考えの対象にする能力」と表現される。

カントの判断論では、判断以前の「世界」は意味を失う。判断は世界の意味にこのように基礎的であるとして、ここで、世界の現われに同じく基本的な意味を持つ「数」と、この判断の関連をカントに探りたい。

## 2 自然数

### a ペアノの数論

この部屋には机や椅子が雑然と並んでいる。「並んでいる」なら数えることができる。数えるとは、一、二、三、…ときりなく続く自然数の列をたどることであり、「きりがない」こと、つまり、「無限」の了解がなければ数の一も了解できないはずである。この無限の了解のもと、数の体系のなかで様々な演算が行なわれる。「人以外の動物、犬や猫が足し算や掛け算を無限の了解のもとに行う」とは、理解できない言葉である。すると、雑多な物が並ぶこの部屋の光景は数の了解と結ばれており、これは、人だけに現れる光景である。カントに従えば、人に現れる世界と判断は結ばれていた。ならば、判断と数は互いに関連する可能性がある。カントの判断論に、この関連にいたる糸口を見出すことができる。

判断と数の関連に入るまえに、この問いに関わる範囲で、数についての基礎的な議論を見ておく。

ペアノは「新たな方法で提示された数論の原理」(1889年)<sup>(7)</sup>で、自然数の五つの公理を考案

している。それに従えば、自然数とは1を出発点に持ち、1に戻ったり、すでに過ぎた数に戻ることもない、そういう無限の列である。そして、公理は「次」に移るというただ一つの演算を含んでいる。公理の最後にくるのは「1を要素に持ち、その任意の要素aに対してaの次も要素になるような集合があれば、これは自然数の集合に等しい」。ここで、自然数は一つの「列」として定義されている。

最後の数学的帰納法の公理、この帰納法が言うことは「自然数について、或る性質が1のとき成り立つ。そして、任意のnのときこの性質が成り立てば、次のn+1でも成り立つ。この二つから、この性質は自然数全体について成り立つことが言える」。

このペアノの試みは、数を無限に続く序数の列とみなすことであり、このことは、一つの自然数でも自然数体系のなかで初めて一つの数であるという洞察に基いている。これに対して、数を基数とする考えがあり、これには困難がある。

数をものの個数を表す基数と考えるとき、集合の要素の性質や順番を度外視しながら、その濃度に注目することで数の定義を探るのである。このとき、数の定義は「同数性」に求められる。たとえばフレーゲは、相互に要素が一一対応可能な集合をすべて集めて、それらの集合すべてに共通な関係を思考の対象にとれば、それが数だと考える。

「私はこう定義する。Fという概念に当てはまる個数とは『この概念Fと同数の概念』の外延である」(フレーゲ『算術の基礎』§68)<sup>(8)</sup>。

この定義は、うまく働かない。個体の一一対応には、同数性に加えて「列」が前提される。この列がペアノの言う序数である。ワイルがこう簡潔に批判している。

しかし同数であることの基準は対を作る可能性を見込んでいる。この可能性は、突き合わせの行為が時間に沿って次々になされることによって、集合の要素そのものが順序づけられるときにはじめて確かと知れる。(H・ワイル『数学と自然科学の哲学』第二章6)<sup>(9)</sup>。

ペアノやポアンカレ、そしてワイル達にとって、一つの数がそれ自身でまず存在し、次いで順に並べられるのではなく、一つの数は普遍的な順序列のなかの一つの位置である。ペアノは、このような「列」を前提するだけで、算術の演算すべてを導いて見せたのである。

## b カントの数論

ここでは、アリストテレスの一論を要約して数ともの関連について予備的に考察した上で、カントの数論を考える。

### α 数ともの

アリストテレスは、パルメニデスから始まる一の実体化を徹底して論駁している。『自然学』<sup>(10)</sup>は、次のようにパルメニデスを語っている。

そこでかれ〔パルメニデス〕はつぎのように想定せざるをえなかった、すなわち、その「ある」というのを、たとえそれがどのような基体について述語されようと、ただ一つを

しか意味しないとしただけでなく、さらにまた「まさにあるもの」を意味し、「まさに一つのもの」を意味すると想定せざるをえなかった、というのは(ii) [もし、それが「まさにあるもの」でないとすれば、それは他のなんらかの基体が付帯する属性的・述語的な「ある」であるはずだが] 一般に付帯性は或る基体について述語されるものであるからして、したがって「ある」が付帯するところのもの〔基体〕はあらぬということになるから (なぜなら「ある」と述語される当の基体は、この〔述語として付帯性としての〕「ある」とは異なるものであるから)。そうだとすると、あらぬなものがあるということになる。(『自然学』第一卷第三章 186a34-186b)

これに対し、アリストテレス『形而上学』では、一の本質はものを数える「尺度」である。たとえば、リンゴのいくつかを数える一で、これは一つのリンゴそのものである。さらに尺度として一は「不可分」、つまりリンゴがいくつと数えるとき、一つ一つのリンゴは分けられない固まりとして「まとまり」として見られる。ものの量を測る尺度は測られるものと同種的であり、測る対象に応じて一の本質がある。これで、パルメニデスの言う、一のそれそのものとしての実体性が否定される。

常に尺度は〔この尺度で測られる事物と〕同種的である。すなわち、たとえば、大きさのある事物の尺度は或る大きさであり、これらのうちでも長さどものそれは或る長さ、広さどものそれは或る広さ、音節どものそれは或る音節、重さどものそれは或る重さ、そして単位どものそれは或る単位である。[ibd. 第十卷第一章 1053a27-30]

一の本質は尺度であり、尺度として不可分割的である。つまり「統一」がこの一にともなう。「どこでも人々は、ものの尺度として或る一つのそして不可分割的なものを求めている」[ibd. 1052b36]。一は必ず具体的な「もの」である。

けだし、尺度というのは、それによってものの量が知られるところのそれである。だが、量が量として知られるのは、一または数によってであり、そして数は、すべて、一によって知られるのである。したがって、量は、すべて、量としてのかぎり、一によって知られるのであり、そして、それによってあらゆる量が第一に知られるところのそれ、それがすなわち一である。それゆえに、一は数としての数の原理である。(ibd. 第十卷第一章 1052b19-22)

「存在」についても同様に考えられる。「存在」、「一」は、実体ではなく述語であり、しかももつとも普遍的な述語である。実体は個物として存在し、普遍的なもの、すなわち、多くのものに共通に存在するものは実体ではないからである (ibd. 第七卷第十三章)。

ところで一というのは存在というのと同じように用いられる、...しかし存在や一さえもいまだ実体ではない。けだし一般に共通的なものはなにもものも決して実体ではないからである、...。(ibd. 第七卷第十七章 1040b14-23)。

存在と一は、どの範疇にも属さず、すべての範疇にともなう超越的性格を持つ。述語として

両者は一体である。このように、アリストテレスは、パルメニデスが言う存在と一の同一性を新たな形で取り出す。

結論は、こうなる。

・・・そして、或る仕方では一〔一つ〕というのが存在〔ある〕というのと同じ意味をもっているということは、つぎの諸事実からして明らかである、すなわち、一の諸々の意味が諸々の述語的存在のそれぞれに対応しているとともに、一つということそのことが〔あるということそのことと同じく〕いずれの述語的存在のうちにも含まれていない（たとえば、一つということそのことは、なにである<sup>・</sup>と述語されるあるもの〔実体としての存在〕のうちにも、どのようにある<sup>・</sup>と言われるあるもの〔性質としての存在〕のうちにも、含まれていないで、しかもこれらのものに対して、ある<sup>・</sup>ということそのことがそうであるのと同じ関係をもっている）という事実によって、また〔たとえば同じ一個の人間について言う場合に〕これを「一つの人間」と述語しても、たんに「人間」と述語するのと同じで、〔実質的には〕他になにもものをも加えはしない（それはあたかも、「ある」という語を実体や性質や量のうえに加えても、〔実質的には〕別になにもものをも加えないのと同じである）という事実によって、また、各々のものがそれぞれ一つであることは、まさにそれぞれがその各々である<sup>・</sup>ことにほかならないという事実によっても、明らかである。[ibid. 第十卷第二章 1054a14-18]

一は実体性を奪われた上で、もののみとまりをともなう「単一性」となった。この単一性への議論が進むなか、単一性ともの存在が結び付けられ、数はものと連動することになる。

このような思想を受けて、ユークリッド『原論』の第七卷定義一は数をこう定義する。

「単位とはそれによって存在するもののおのおのが一と呼ばれるものである。そして「数とは単位からなる多である<sup>(iii)</sup>」。この定義は、まず単位と存在するものもの結びつきを言うことで、数とものを繋ぎとめているのである。

この定義を念頭に、自然数の足し算について、こう考えてみる。

数とは、一が集まったものである。一つの数にもう一つの数を足すとは、したがって、二つの数の分だけ一を集めることである。

この「一の集まり」というときの「集まり」が曖昧である。数は一の集まりだが、この「集まり」には特別の意味がある。たとえば、自転車は想像しても多くの、つまり数え上げることのできる部品が集まっている。この部品を頭のなかで順序よく組み立てていけば、一台の完成した自転車が想われる。

五は一という単位がこのように集まったものとする。これを、五は「一の集積」であると言おう。「いくつ」集まったのだろうか。ここで「五つ」と答えると「五は一が五つ集まった数」となり、定義としては循環である。数はものの数を数える。五という数自体が一の集積だとすると、この一の数を数える数五がある。この五も一の集積である。すると、今度はこの五を数

える五がある。いったい、全部でいくつの五があるのか。そしてこのような五をどう区別するのか。これは、目で物を見ているとき、網膜に映った外界を見る目が必要と言うと無数の目が出てくると似ている。「五」は互いに区別されたり、ただ一つあったりするようなものではない。つまり「いくつある」と言える対象ではない。五は一の集積ではない。つまり、「五」はそれ自体で「五つ」ではない。そのような「五」が、「五つのもの」で初めて意味を持つのである。数には、無理数、超越数、虚数など、自然数で表せないもの、ものとの対応を考えるのが困難なものなどあるが、そのような数体系の基礎に、この、ものに応ずる数体系がある。

五という数を単位の「集まり」と言うとき、五がこの一をそのものとして、部分として持つと考えるのは無意味である。部分に、単位に分かつことのできるのは、数ではなくて、単位一によって数えられる「存在するもの」である。そしてこの数える対象である一つの個体なしでは数は意味を失う。そして、自転車の部品の場合、一台の自転車がまだ出来上がっていないときでも、たとえば、ハンドルはハンドルである。数五の一はどうだろうか。ペアノの議論で見たように、一は、一から始まり無限に続く数列のなかで初めて一である。五という数が非在であるとき、一も非在になる。

ユークリッドは、数の定義の最初に、アリストテレスに由来する単位一と存在するものの切り離せない結びつきを言うことによって、「数」の、それぞれのものとしての存在を退けることになった。カントが「私の手の指」を語るのは、この脈絡のなかである。

### $\beta$ 一本の手、五本の指

初めは、こう考えられるかもしれない。すなわち、 $7 + 5 = 12$ という命題は単なる分析的な命題であって、これは、七と五の和という概念から矛盾律にしたがって出てくるのである。しかし、子細に考えてみると、七と五の和という概念は、両方の数を一つの数に統一すること以上を含んではいない。これでは、この、両方の数を一緒にした一つの数が何なのか、まったく考えられていないのである。...これら七と五の概念を超え出て行かなければならない。そして、双方のうち、一つの数に対応する直観に助けをかりる。たとえば五本の指、あるいは(ゼーグネルの算術に見られるように)五つの点である。そして、直観のうちに与えられた五の単位を、次々に七の概念に加えていくのである。私はまず数7を取り上げ、私の手の指を五の概念の直観として手がかりにしなが、数5を作るために私が前に一緒にした単位を、今度は手の指の姿を頼りに、次々に数7に加えていく。そこで私は数12が生じるのを見るのである。(『純粹理性批判』B15,16)

カントの言葉は、あまりに単純で、算術や数について、ここから実のあることが言えるようには見えない。しかし、ここでは大切な事実が丁寧に表現されている。

この文章の最後の部分はこうである。

Denn Ich nehme zuerst die Zahl 7, und, indem ich für den Begriff der 5 die Finger



meiner Hand als Anschauung zu Hilfe nehme, so tue ich die Einheiten, die ich vorher zusammennahm, um die Zahl 5 auszumachen, nun an jenem meinem Bilde nach und nach zur Zahl 7, und sehe so die Zahl 12 entspringen.

「私はまず数7を取り上げ、私の手の指を五の概念の直観として手がかりにしなが、数5を作るために私が前に一緒にした単位を、今度は、手の指の姿を頼りに、次々に数7に加えていく。そこで私は数12が生じるのを見るのである」。

上の文章の中で、数について「五の概念 (der Begriff der 5)」という表現と「数5 (die Zahl 5)」という言い方が区別されている。

「私の手の指を五の概念の直観として手がかりにしなが、…」ここから見て取れるように、「五の概念」は直観が与えられる以前を言っている。この数の概念を「超え出る (hinausgehen über...）」ために直観が必要である。「数5」という表現にともなうのがこの「直観」である。カントの直観は個体を与える。だから、ここで直観によって与えられるのは、一つの手、一本の指、一個の点といった、一つ一つの対象である。ここで「数5」は一つの手をともなっている。「(単位を) 前に一緒にした」(vorher zusammennahm) という言い方は、数5を単位の集まった一つの数として表現するが、これは先に見た「単位の集積」の意味ではない。手の直観にともなわれて「単位の集まった数5」は、一つの手の本数の指のことである。

「一つの対象」の「一」は複数の対象を含むことがある。アリストテレスが一の本質を尺度と考えたとき、たとえば、ある音節を尺度とすると、これによって測られる対象とこの尺度とは、その量は異なるが同じ音節であり、尺度としての音節は不可分割であった。つまり、いくつかの音を含む音節は統一ある単位として「一」と見られるのである。これと同様、五本の指が集まった手も一つの手である。指が一つ一つ集まってもただ集まったばかりである。「五本の指」になるには、「一つの手」という統一が必要である。

アリストテレスのもとで見たように、ものは統一ある「一つ」として存在する。足し算は、統一を繰り返しながら進んでいくことになる。数7に足す前に、数5も個体に応ずる単一位を「次々に」足してできた数である。この5にいたる足し算はカントにしたがって、こう表現できる。

(1), ((1)+1), (((1+1))+1), ((((1+1))))+1), ((((((1+1)))))+1))+1),

1+1+1+1+1を単位がただ連なっているだけと取るなら、新たな一つの統一、つまり数を生まない。足し算の式は、単位の単なる集まりでなく、単位の統一による列を示している。上の式で( )は、この統一を表す。カントの議論をこのように解することができれば、カントの数観はピアノに近いのである。カントには、ピアノが数学的帰納法で表現していた自然数列の無限についての表現はない。また、ピアノの体系には数とももの関連は現れていない。

一つの手の本数の指の姿を頼りに、単位を次々に (nach und nach) 七に加えていく。ここでは、

数7は単位の集積でなく、一つの統一である。単位は一つの統一のあと、一つの統一のあと、という具合に前の数を前提としながら、次々に一つの列を作っていく。

「次々に」という表現には、先駆がある。ライプニッツは『人間知性新論』で、こう言っている。

「三は二足す一に等しい」という命題はどうかと言うと、それは三という言葉の定義にすぎないと私は言いたい。というのも、数の最も簡単な定義は次のようにして形成されるのですから。即ち、二は一足す一であり、三は二足す一であり、四は三足す一であり、こうして次々に…。(『人間知性新論』IV「認識について」2《私たちの認識の程度について》<sup>12</sup>)

一から始めて、二を一足す一、三を二足す一、…と考えることは、数を一を出発点として次々に続く一つの列として考えることであり、一は二、三といった一つの統一に加えられて初めて次の数を生ずる。カントはライプニッツの「三という言葉の定義にすぎない」を採らないが、この「次々に」生ずる数の列という考えは引き継がれている。

### 3 数学的帰納法

『三段論法』の主題は判断であるが、この三段論法という推論は判断の能力による。

悟性と理性、言いかえれば、明確に認識する能力と理性推理をおこなう能力は、決して異なった基本能力ではない。どちらもその中身は判断の能力であり、間接的な判断が推理になるのである。(A59)

判断と数の関わりが出てくるのは、この推論である。カントの議論を分析すれば、三段論法によって「列」が判断能力を通じて生成されていることが見えてくる。ここに、カントの言う判断と数が、世界が現れるもっとも基本のところでも互いにその基礎を分かち合っていることを確認できる。

三段論法は伝統的に四つの格というものに区分される。しかし、このうち実際に働いているのは第一格だけである。この三段論法第一格の基礎を論ずる過程で、判断の持つ列生成の能力が浮き彫りにされていく。

カントの第一格の例、

理性的であるものは精神である。

人の魂は理性的である。

ゆえに、人の魂は精神である。

このように、第一格の式はみな、全体からそれに含まれるものへの推論である。「ある概念について全称的に肯定されることは、この概念に含まれるすべてについて肯定される」。第一格はこの自明に見える総体律を表現したもので、この理由で三段論法の基本とされていた。カントはこの総体律のさらに奥を探っていく。

総体律は外延的な規則である。つまり、個体と種・類の関係は、集合の要素である個体同士

の同一と差異の関係に行き着く。カントはこの外延的な総体律はさらに基礎付けが必要だと言う。その基礎は、ものとその特色の関係を言う下のような特色式である。

これまでの考察から、あらゆる肯定的理性推理の第一の一般的規則はこうなる。特色の特色はもとのものの特色である。(A49)

カントの第一格の例は「理性的であるものは精神である。人の魂は理性的である。ゆえに、人の魂は精神である」(A 5 1)。三つの命題を記号で表現すれば、 $B \rightarrow C$ ,  $A \rightarrow B$ ,  $A \rightarrow C$ 。そこで、 $B \rightarrow C$ ,  $A \rightarrow B$ ,  $A \rightarrow C$ で、Bを一つに書くと、 $A \rightarrow B \rightarrow C$ の列ができる。特色式が語るのはこのような列である。

Aを、たとえばカントとする。カントの特色はいくつも挙げることが可能である。そこで、A, B, C三項に加えて、種類関係を成して特色となるDやEを考える。DやEを加えた第一格の推論式はくり返して、Aを出発点として $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow, \dots$ と続く項を生成する。

これは、出発点と順序を持ち、自身の前の項を前提とする項の列である。この種類関係による列は、カテゴリーの一項目を終項とする列であるが、列の項は「いくらでも」増えることのできる、その意味で開かれた列である。カントは判断を通してのみ、世界は人に現れることを言う。すると、この列は他のどのような列も前提としない。

一方、総体律は、集合、それが内包する個体、個体間の同一性関係、この三つで成り立つ。「かくて論理学理論は、問題を述語関係から同一性関係へ移行させることで完成されることが分かるのである」(ライプニッツ「理性の数学」第七パラグラフ)<sup>(13)</sup>

しかし、この同一性関係の一対一対応があるところ、「次々」「順序」の了解がある。言い換えれば、ここで列はすでに使われている。総体律は列を生成する判断を前提していることになる。

特色式を基礎に置くカントの判断論では、世界の現われは列生成の能力を持つ判断による。一方、数を列として見るカントの数論は、数とものを切り離さないことで、ものの統一である世界と数を互いに意味を与えあうものとするようになる。ここで、ともに列を生成する判断と数が、世界を人に与えるものとしてその基礎を分かち合うことになる。

この、列をめぐる判断と数の関連の意味を別の角度から見ておく。

ポアンカレ、フレーゲ、ラッセル達が数をめぐって議論していた頃より少し後、ウィトゲンシュタインは『論理哲学論考』<sup>(14)</sup>を著している。特色式による項列の生成、数と列、こういった事柄を、ウィトゲンシュタインと考え合わせることは興味深い。ウィトゲンシュタインは、論理学と数の基本法則を、カントの数論でも基礎的であった「次々に」という考えで関連づける。これは、カントによる判断と数を結ぶ思想を考える上で興味深い。ここにウィトゲンシュタインの考え方の一部を引いておく。

ウィトゲンシュタインは、命題から他の命題を作り出すための「操作」(Operation)を持ち出す。「操作とは、一つの命題から他の命題を引き出すために、その命題にされるべきこと

である」(5.22)。「操作の継続的適用という考えは、《そして次々に (und so weiter)》という考えに等しい」(5.2523)。『論考』の下書き部分が多い『草稿』<sup>(16)</sup>(1914-1916)には「“そして次々に”、記号で “...” は、最も大切な考えの一つであり、他のすべての大切な考え同様、無限に基本的である」「これだけが、論理学と数学を基本法則と原始記号から “次々に” 構築する権利を私たちに与える」「この考えなしでは、私たちは原始記号のところできなく留まるのみ、“次へ(weiter)” 動きがとれないだろう」「操作記号の後に “...” の記号が続く。これは操作の結果(Resultat)が今度は同じ操作の基礎(Basis)と見られ得ることを意味する。“そして次々に”」(以上の文はすべて、一九一六年十一月二十一日に分類されている)。この、操作の結果と基礎の関係について『論考』に同様の考えがある。「関数は自身の独立変項になれない。しかし一方、操作の結果は操作自身の基礎となることができる」(5.251)。ウィトゲンシュタインは、命題から命題への操作による移行を語りながら「数」を導入する。「数とは操作の冪である」(6.02)。「整数の一般的形式は  $[0, \xi, \xi + 1]$  である」(6.03)。

ここで命題から命題を作り出す操作の「次々」の適用をもとに、数が語られる点が目を引く。

### おわりに

最後に、数と三段論法を含む論理とを峻別する数論を見ておきたい。これは、前に見たペアノの数論によって立つ数学者の議論である。

ポアンカレは数学的帰納法をもって論理学から算術を引き出そうという論理主義を否定する。アリストテレスによる伝統的論理学は、有限の推論については有効である。が、無限の推論を一つの公式にまとめるのが数学的帰納法である。この帰納法は精神の基本的能力を表現している。つまり、精神は、一度可能な働きがあればそれを何回でもくり返す能力を自分に認める。「精神はこの能力をじかに直観している」(ポアンカレ『科学と仮説』<sup>(17)</sup>第一章6)。

「この推論は、アリストテレス論理学にとっては未知の、まったく新しく独自の性格を数学的方法に持ち込む；それはまさに数学的証明法の核心である」(ワイル, 同上書, 第二章6)。

この数学的帰納法が数学史に現れるのは比較的新しい。カントのおよそ百年前、パスカルが最初にこの帰納法を明確に表現している。一六六五年、遺稿として出版された論文のなかで、パスカルはある三角形について、一つの公式を証明している。パスカルはこう進んでいく。

「この命題には無限に多くの場合があるが、私は二つの補題を仮定することによって、極めて短い証明を与えよう。

第1. これは自明であるが、この比例は第2底辺において成り立つ。...

第2. もしこの比例が任意の1底辺において成り立つならば、それは必然的に次の底辺においても成り立つ。ここから、この比例が必然的にすべての底辺において成り立つことが分かる」(数三角形論、帰結第12)。

この証明に見て取れるように、「無限」という語を使わずに無限に続く列の生成が表現され

ている。これが、数学的帰納法のコアである。ポアンカレ達はアリストテレス論理学、その三段論法では数の列を引き出すことはできないことを言う。その根拠にこの数学的帰納法が持つてこられる。それは、無限を三段論法は表現できないということによる。しかし、このパスカルの証明にも見て取れるように、この帰納法では「無限」はじかに表現されていない。このとき、ものの特色の列が「いくらでも」続くことと、自然数列が「いくらでも」続くことは区別されない。重水を真水と区別して想像することができないように。パスカルは、無限をじかに与えられない人間を数学的帰納法で描いているとも言える。

この論文は、1999年度の佛教大学特別研究費による研究成果である。

注

- (1) *Die falsche Spitzfindichkeit der vier syllogistischen Figuren*. この論文は、岩波版『カント全集』の第二巻 (2000) に訳がある。論文の中で示した引用文のページ数は、アカデミー版カント全集第二巻のものである。
- (2) ここで「特色」は Merkmal の訳語である。
- (3) 『神学大全』第二冊、高田三郎訳、創文社、1963、81-108頁。
- (4) 『靈魂論』山本光雄訳、『アリストテレス全集』第6巻所収、岩波書店、1968。
- (5) この論点はカント独自のものではない。クルージウスの *Weg zur Gewissheit und Zuverlässigkeit der Menschlichen Erkenntnis* (1747年)、§330-335。クルージウスは例とともに四格を一格に収斂させていく。ヴォルフの *Philosophia Rationalis Sive Logica*, Pars II (1740年) の Caput I. §5にも四格の不要が言われている。アリストテレスも、他の格の第一格への還元を詳しく論じている。『分析論前書』第一巻第七章 29a-29b。また、特色式もカントの案出になるものではない。総体律も特色式もアリストテレスによってもとの形が作られている。総体律は『分析論前書』第一巻第一章 24b26 (『アリストテレス全集』1, 山本光雄訳, p.184)。  
ところで「全体のうちにおいてある」、すなわち、あること〔乙〕が全体としての他のあること〔甲〕のうちにおいてあるということと、あること〔甲〕が他のあること〔乙〕の「すべてについて述語される」ということとは、同一である。  
特色式は『カテゴリー論』第三章1b10 (同書 p.5) にある。  
或るもの〔甲〕が基体としての或るもの〔乙〕について述語される時に、述語されるもの〔甲〕について言われるものは、どれでもみな基体〔乙〕についても語られるだろう。
- (6) 人と人以外の動物の比較は、当時、様々に行われていた。たとえば、Meier, *Versuch eines Lehrgebäudes von den Seelen der Thiere* (1749年)。Reimarus, *Allgemeine Betrachtungen über die Triebe der Thiere, hauptsächlich über ihre Kunfttriebe* (1762年)。
- (7) 小野勝次・梅沢敏郎訳『数の概念について』, 現代数学の系譜2, 共立出版, 1969。
- (8) Frege, *Die Grundlagen der Arithmetik*.
- (9) H. Weyl, *Philosophy of Mathematics and Natural Science*, Princeton U.P. 1949, 34頁。
- (10) 『自然学』, 『アリストテレス全集』, 出隆訳, 1968。
- (11) ユークリッド『原論』, 中村幸四郎, 他訳, 共立出版, 1971, 149頁。
- (12) ライプニッツ『人間知性新論』, 米山優訳, みすず書房, 1987, 367頁。
- (13) 『ライプニッツ著作集』第一巻, 澤口昭聿訳, 工作舎, 1988, 263-276頁。
- (14) ライプニッツ論理学の総体律の扱い方, その問題については拙論「三段論法の四つの格」で詳細

数学的帰納法 (田山令史)

に論じた (『カント全集』第二巻, 岩波書店, 2000, 542-558頁)。

- (15) Wittgenstein, *Tractatus Logico Philosophicus*. このなかの命題番号5.2に分類されている考察に「操作」が登場している。
- (16) Wittgenstein, *Notebooks*. 1916年11月9日付の考察にこの「次々に」が見られる。
- (17) 邦訳, 河野伊三郎訳, 岩波文庫, 1959年, 35頁。

(たやま れいし 仏教学科)

2000年10月18日受理